

# 所得分配率の変化と三要素経済成長モデル

兵 頭 図 南 雄

## I 序 説

経済成長の理論はすでに遠く古典派の時代から始まるが、この初期の成長論では資本ストック、労働、土地の三つの生産要素の存在が前提とされ、それが論旨の重要なポイントとなっていた。ところが近年に開発され、今や成長論の基本的手法の地位を占めるに至った新古典派の経済成長論では資本ストックと労働という二つの生産要素のみにもとづいてそのモデルのほとんどが組み立てられている。もちろんそれは現実への最初の近似としての意義を持つけれども、その基本的結果が、貯蓄率を一定とする限り長期的に資本ストック、産出量の増加率は労働力の増加率に近づいてゆき、技術進歩があればそれだけさらにその増加率は高まるといった、きわめて硬直的なものである点で、それは修正を必要としている。

その意味でこの一文は新古典派成長論の手法を三つの生産要素に対して適用するという試みを行なう。そのような試みはすでにミードによって行なわれているものであり、ここでも分配率の変化についての分析は彼の成果に大きく依存しているが、均衡値の存在およびそれへの接近は、彼の場合には分配率が不変の場合についてのみが論じられており、一般的な場合についてはあまり明瞭な結果が得られていない。そこで、ここでは生産関数についての仮定をゆるめ、分配率を変化をするような、より一般的な場合について諸変数や成長率の値がどのような動きをするかを考えてみたいと思う。

## II 三要素成長モデル

ここでは基本的な三要素成長モデルを示す。

生産要素が三つという点を除いて、通常の新古典派成長論の仮定がそのまま採用される。すなわち、封鎖経済で、政府は存在せず、完全競争が成立しているものとする。

さらに、消費にも、資本ストックとして生産にも用いるただ一つの生産物だけが生産されるものとし、生産関数は連続的で生産要素間の代替が可能であり、2回連続的に偏微分可能、かつ規模収益は不変であるものとする。そして要素価格はその限界生産物に等しく決まり、生産要素はすべて完全に利用される。減価償却の考慮は議論の本質に影響を与えないので、数式の複雑化を避けるため、ここでは無視する。技術進歩はヒックス中立的であるものとし、したがってこの面から分配率が影響を受けることはない。

生産関数は次のように表わされる。

$$Y = F(K, L, N, t) \quad (1)$$

$Y$  : 単一生産物の生産量

$K$  : 資本ストック

$L$  : 労働

$N$  : 土地（および天然資源）

$t$  : 時間、ここでは技術進歩により時とともに起こる生産量の変化を表わす

これを時間  $t$  で微分し、 $\frac{dY}{dt} \equiv \dot{Y}$  ……等と表

わし、限界生産物を  $\frac{\partial F}{\partial K} \equiv F_K$  ……等と表わす

と、

$$\dot{Y} = F_K \dot{K} + F_L \dot{L} + F_N \dot{N} + F_t \quad (2)$$

両辺を  $Y = F$  で割り調整して、

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{KF_K}{F} \cdot \frac{\dot{K}}{K} + \frac{LF_L}{F} \cdot \frac{\dot{L}}{L}$$

$$+\frac{NF_N}{F} \cdot \frac{\dot{N}}{N} + \frac{F_t}{F} \quad (3)$$

ここで生産要素の増加率の各項につけられた係数は、各要素の相対的所得分配率を表わす。これを右辺最後の項とともに、次の記号で表わし、

$$\begin{aligned} \frac{KF_K}{F} &\equiv \alpha & \frac{LF_L}{F} &\equiv \beta & \frac{NF_N}{F} &\equiv \gamma \\ \frac{F_t}{F} &\equiv \rho(t) \end{aligned} \quad (4)$$

これを(3)に代入して、

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha \frac{\dot{K}}{K} + \beta \frac{\dot{L}}{L} + \gamma \frac{\dot{N}}{N} + \rho(t) \quad (5)$$

資本ストック一単位当り産出量を  $y$  で表わすと、それは、その増加率とともに、

$$y \equiv \frac{Y}{K} \quad (6)$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{K}}{K} \quad (7)$$

労働力、土地はそれぞれ  $\lambda$ ,  $\nu$  の一定率で増加し、技術進歩率  $\rho(t)$  も一定の  $\rho$  とする。すなわち、

$$\dot{L} = \lambda L, \quad \dot{N} = \nu N, \quad \rho(t) = \rho \quad (8)$$

ここで  $\lambda > \nu \geq 0, \rho \geq 0$

また経常的に産出量の一定率  $s$  が投資されて、資本ストックの増加に向けられるものとする。

すなわち、

$$\dot{K} = sY \quad \text{ここで } 0 < s < 1 \quad (9)$$

(5)の両辺から  $\dot{K}/K$  を差し引き、(6)~(9)を代入すると、

$$\frac{\dot{y}}{y} = \beta\lambda + \gamma\nu + \rho - (1-\alpha)sy \quad (10)$$

各要素への所得分配率  $\alpha, \beta, \gamma$  および産出・資本比率  $y$  の現在値を与えられて、(10)は  $\dot{y}/y$  の現在値を一義的に与える。

一方、規模収益不変の仮定から、オイラー定理により、

$$Y = F_K K + F_L L + F_N N \quad (11)$$

両辺を  $Y = F$  で割って(4)を考慮し、また限界生産物はつねに正と仮定することにより、

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= 1 & \text{ここで } 0 < \alpha < 1 \\ & & 0 < \beta < 1, 0 < \gamma < 1 \end{aligned} \quad (12)$$

すなわち分配率の和はつねに 1 となる。これを(10)に代入して、

$$\frac{\dot{y}}{y} = \beta(\lambda - sy) + \gamma(\nu - sy) + \rho \quad (13-1)$$

$$= \beta(\lambda + \rho - sy) + \gamma(\nu + \rho - sy) + \alpha\rho \quad (13-2)$$

これより(8)を考慮して  $y \leq (\nu + \rho)/s$  なら  $\dot{y}/y$  は任意の  $\alpha, \beta, \gamma$  の値についてつねに正、したがってあらゆる場合について  $y$  は長期的に必ず  $(\nu + \rho)/s$  よりも大きい値をとるようになる。

特殊ケースとして  $\rho = 0$  の場合を(13-1)について考えると、 $y \geq \lambda/s$  の領域では任意の  $\alpha, \beta, \gamma$  の値について  $\dot{y}/y$  はつねに負となることも解る。したがってその場合資本ストックおよび産出量の増加率は長期的に必ず、土地増加率より高いが、労働力増加率よりは低い値をとるようになる。したがって、長期的に 1 人当り産出量はつねに低まってゆく。これを相殺して 1 人当り産出量を一定に維持し、あるいは高めてゆくのが技術進歩の役割であると考えられる。

(10)式で左辺を 0 と置いた時の  $y$  の値を  $y^*$  で表わそう。すると、

$$y^* = \frac{\beta\lambda + \gamma\nu + \rho}{(1-\alpha)s} \quad (14)$$

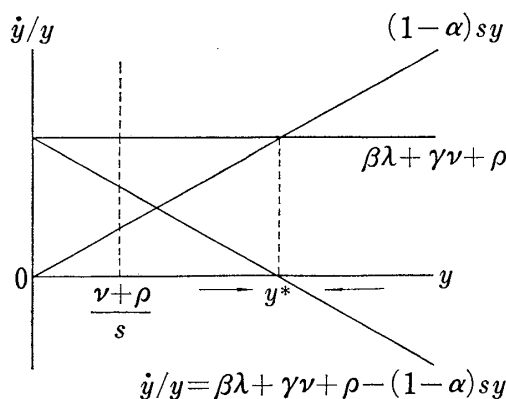
であり、

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\dot{y}}{y} \right) = -(1-\alpha)s < 0 \quad (15)$$

だから、もし  $y$  が  $y^*$  より小さければ  $y$  は増加し、 $y$  が  $y^*$  より大きければ  $y$  は減少する(第 1 図)。

もし  $\alpha, \beta, \gamma$  が時を通じて一定不変であるならば  $y^*$  もまた時を通じて一定であり、それは一義的で安定的な均衡産出・資本比率であることになる。しかし一般的には  $\alpha, \beta, \gamma$  は時とともに変化し、それにともなって  $y^*$  の値も変化する。この  $y^*$  は実際の  $y$  がつねにそれをめざして進む傾向を持つ値だから、産出・資本比率の「目標値」と名づけられる。次にこの  $y^*$

第1図



の動きを検討しよう。

(14)式の両辺の対数をとって時間  $t$  で微分すると、

$$\frac{\dot{y}^*}{y^*} = \frac{\lambda\dot{\beta} + \nu\dot{\gamma}}{\beta\lambda + \gamma\nu + \rho} + \frac{\dot{\alpha}}{1-\alpha} \quad (16-1)$$

$$= \frac{1}{\beta\lambda + \gamma\nu + \rho} \left( \lambda\beta \frac{\dot{\beta}}{\beta} + \nu\gamma \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} \right) + \frac{\dot{\alpha}}{1-\alpha} \cdot \frac{\alpha}{\alpha} \quad (16-2)$$

こうして  $y^*$  の変化は三つの生産要素の分配率の増加率に依存することになる。次節ではその分配率の動きについて検討する。

### Ⅲ 所得分配率の変化

ミードにより所得分配率の増加率の式は次のように導出される<sup>1)</sup>。

はじめに、生産関数の二階の偏微係数を  $F_{KK}$  ……等で表わす時、一階の偏微係数と合わせてそれらに次の仮定を設ける、

$$F_K > 0 \quad F_L > 0 \quad F_N > 0 \quad (17)$$

$$\left. \begin{array}{lll} F_{KK} < 0 & F_{KL} > 0 & F_{KN} > 0 \\ F_{LK} > 0 & F_{LL} < 0 & F_{LN} > 0 \\ F_{NK} > 0 & F_{NL} > 0 & F_{NN} < 0 \end{array} \right\} \quad (18)$$

ここで連続関数の仮定から、

$$F_{KL} = F_{LK}, F_{LN} = F_{NL}, F_{NK} = F_{KN} \quad (19)$$

さて、所得分配率の定義式(4)より、例えば資本ストックの所有者への分配率の増加率は、

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = \frac{\dot{F}_K}{F_K} + \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{Y}}{Y} \quad (20)$$

$F_K$  の増加率について考えると、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{F}_K}{F_K} = \frac{1}{F_K} & \left[ KF_{KK} \frac{\dot{K}}{K} + LF_{KL} \frac{\dot{L}}{L} \right. \\ & \left. + NF_{KN} \frac{\dot{N}}{N} \right] + \frac{F_{Kt}}{F_K} \end{aligned} \quad (21)$$

ヒックス中立的な一定率の技術進歩の仮定により、(21)の右辺最後の項は  $\rho$  となる。

次にオイラー定理(11)を  $K, L, N$  についてそれぞれ偏微分すると次の3式が得られる、

$$KF_{KK} + LF_{LK} + NF_{NK} = 0 \quad (22)$$

$$KF_{KL} + LF_{LL} + NF_{NL} = 0 \quad (23)$$

$$KF_{KN} + LF_{LN} + NF_{NN} = 0 \quad (24)$$

(19)を考慮し、(22)を(21)に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{F}_K}{F_K} = \frac{1}{F_K} & \left[ LF_{KL} \left( \frac{\dot{L}}{L} - \frac{\dot{K}}{K} \right) \right. \\ & \left. + NF_{NK} \left( \frac{\dot{N}}{N} - \frac{\dot{K}}{K} \right) \right] + \rho \end{aligned} \quad (25)$$

(25)を(5)(12)とともに(20)に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = & \left( \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \right) \left( \beta - \frac{LF_{KL}}{F_K} \right) \\ & + \left( \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{N}}{N} \right) \left( \gamma - \frac{NF_{NK}}{F_K} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

ミードの導出したものはこの式で  $\dot{N}/N=0$  と置いたものだ。以下の議論のため、ここではさらに次のような調整を加える、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = & \beta \left( \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \right) \left( 1 - \frac{FF_{KL}}{F_K F_L} \right) \\ & + \gamma \left( \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{N}}{N} \right) \left( 1 - \frac{FF_{NK}}{F_K F_N} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

ここで  $F_K F_L / FF_{KL}$  を  $\tau_{KL}$  で表わそう。すなわち、

$$\begin{aligned} \tau_{KL} & \equiv \frac{F_K F_L}{FF_{KL}} = \frac{KF_K}{F} \cdot \frac{F_L}{KF_{KL}} \\ & = \frac{LF_L}{F} \cdot \frac{F_K}{LF_{KL}} \end{aligned} \quad (28)$$

したがって  $\tau_{KL}$  は資本分配率と賃金率の資本偏弾力性との比、あるいは労働分配率と利潤率の労働偏弾力性との比の意味を持つ対称的な概

1) Meade, Appendix I, pp. 93-97を見よ。

念だ。同様に  $\tau_{LN}$ ,  $\tau_{NK}$  も定義される。

これを代入し、要素増加率の値も考慮して(27)は書き直され、また同様に  $\dot{\beta}/\beta$ ,  $\dot{\tau}/\tau$  の式も求められる、

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = \beta(sy - \lambda) \left(1 - \frac{1}{\tau_{KL}}\right) + \gamma(sy - \nu) \left(1 - \frac{1}{\tau_{NK}}\right) \quad (29)$$

$$\frac{\dot{\beta}}{\beta} = \gamma(\lambda - \nu) \left(1 - \frac{1}{\tau_{LN}}\right) + \alpha(\lambda - sy) \left(1 - \frac{1}{\tau_{KL}}\right) \quad (30)$$

$$\frac{\dot{\tau}}{\tau} = \alpha(\nu - sy) \left(1 - \frac{1}{\tau_{NK}}\right) + \beta(\nu - \lambda) \left(1 - \frac{1}{\tau_{LN}}\right) \quad (31)$$

この分配率増加率の式が意味するところは明瞭だ。もし  $\tau_{KL} = \tau_{LN} = \tau_{NK} = 1$  ならば、すべての要素について所得分配率は不変だし、また例えば  $\tau_{KL}$ ,  $\tau_{NK}$  がともに 1 より大の場合、資本増加率が労働、土地のいずれの増加率よりも大なら資本分配率は増加する等々、それぞれについてさまざまな場合を考える事ができる。

分配率の増加率については、さらに別の関係が得られる。(12)より、 $t$  で微分して調整し、

$$\alpha \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + \beta \frac{\dot{\beta}}{\beta} + \gamma \frac{\dot{\tau}}{\tau} = 0 \quad (32)$$

以上の結果を利用して、次節では目標値  $y^*$  の動きを検討しよう。

#### IV 目標値 $y^*$ の動き

(16-2) を(32)の関係を用いてさらに変形し、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{y}^*}{y^*} &= \frac{1}{(\beta + \gamma)(\beta\lambda + \gamma\nu + \rho)} \left[ \{ \gamma(\lambda - \nu) - \rho \} \beta \frac{\dot{\beta}}{\beta} \right. \\ &\quad \left. + \{ \beta(\nu - \lambda) - \rho \} \gamma \frac{\dot{\tau}}{\tau} \right] \quad (33-1) \\ &= \frac{1}{(\beta + \gamma)(\beta\lambda + \gamma\nu + \rho)} \left[ \beta \gamma (\lambda - \nu) \left( \frac{\dot{\beta}}{\beta} - \frac{\dot{\tau}}{\tau} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \rho \alpha \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right] \quad (33-2)$$

これより  $\dot{y}^*/y^*$  の符号は  $\dot{\beta}/\beta - \dot{\tau}/\tau$  および  $\dot{\alpha}/\alpha$  の符号に依存する。そこでその両者について検討しよう。

はじめに、 $\tau_{KL} = \tau_{LN} = \tau_{NK} = 1$  の場合にはすべての分配率増加率はゼロであり、したがって  $\dot{y}^*/y^*$  もゼロとなる。

以下では  $\tau_{KL}$ ,  $\tau_{LN}$ ,  $\tau_{NK}$  がすべて 1 より大である場合だけを考えよう。

まず労働分配率の増加率と土地分配率のそれとの差について、(30)(31)より、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\beta}}{\beta} - \frac{\dot{\tau}}{\tau} &= (\beta + \gamma) \left\{ (\lambda - sy) \left(1 - \frac{1}{\tau_{LN}}\right) \right. \\ &\quad \left. + (sy - \nu) \left(1 - \frac{1}{\tau_{KL}}\right) \right\} \\ &\quad + \alpha \left\{ (\lambda - sy) \left(1 - \frac{1}{\tau_{KL}}\right) \right. \\ &\quad \left. + (sy - \nu) \left(1 - \frac{1}{\tau_{NK}}\right) \right\} \quad (34-1) \\ &= (\lambda - sy) \left\{ \alpha \left(1 - \frac{1}{\tau_{KN}}\right) \right. \\ &\quad \left. + (\beta + \gamma) \left(1 - \frac{1}{\tau_{LN}}\right) \right\} \\ &\quad + (sy - \nu) \left\{ \alpha \left(1 - \frac{1}{\tau_{NK}}\right) \right. \\ &\quad \left. + (\beta + \gamma) \left(1 - \frac{1}{\tau_{KL}}\right) \right\} \quad (34-2) \end{aligned}$$

仮定により (34-2) 右辺の  $\{ \}$  内はどちらも正、そこで  $y \leq \lambda/s$  なら長期的にこれは正となる。 $y > \lambda/s$  の領域についても、 $sy - \lambda < sy - \nu$  だから次の関係が満たされれば同じく正となる、

$$\tau_{KL} \leq \tau_{NK} \quad (35)$$

次に  $\dot{\alpha}/\alpha$  について、(29)より  $sy \geq \lambda$  なら  $\dot{\alpha}/\alpha$  は、つねに正、 $sy < \lambda$  の場合は(29)を変形し、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} &= \left\{ \beta(sy - \lambda) + \gamma(sy - \nu) \right\} \left(1 - \frac{1}{\tau_{KL}}\right) \\ &\quad + \gamma(sy - \nu) \left( \frac{1}{\tau_{KL}} - \frac{1}{\tau_{NK}} \right) \quad (36) \end{aligned}$$

(13-1) について移行して、これに代入すると、

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = \left\{ \rho - \frac{\dot{y}}{y} \right\} \left( 1 - \frac{1}{\tau_{KL}} \right) + \gamma(sy - \nu) \left( \frac{1}{\tau_{KL}} - \frac{1}{\tau_{NK}} \right) \quad (37)$$

ここで  $\dot{y}/y$  が負か、または  $\dot{y}/y$  が正の場合は  $y$  が  $y^*$  に接近し  $\dot{y}/y < \rho$  となったものとしよう。すると(37)の右辺第1項は正となる。そこで  $\tau_{KL} \leq \tau_{NK}$  なら(37)は正になる。

以上を (33-2) について合わせて考えて、この場合、もし(35)の条件がつねに満たされていれば、 $y^*$  は  $y$  および  $\alpha, \beta, \gamma$  の値にかかわらずつねに増加することがわかる。(35)が満たされない場合の  $\dot{y}^*/y^*$  の符号は明らかではない。

ここで一つの特例ケースとして、 $\tau_{KL} = \tau_{LN} = \tau_{NK} = \tau$  という場合を考えよう。この場合 (33-2) は書きかえられて、

$$\frac{\dot{y}^*}{y^*} = \frac{1}{(\beta + \gamma)(\beta\lambda + \gamma\nu + \rho)} \left[ \beta\gamma(\lambda - \nu)^2 + \alpha\rho \left( \rho - \frac{\dot{y}}{y} \right) \right] \left( 1 - \frac{1}{\tau} \right) \quad (38)$$

ここでは  $\dot{y}/y < \rho + \beta\gamma(\lambda - \nu)^2/\alpha\rho$  について考えると、 $\dot{y}^*/y^*$  は  $\tau > 1$  なら正、 $\tau < 1$  なら負となることがあらゆる  $y$  および  $\alpha, \beta, \gamma$  の値について成立する。

実際の産出・資本比率  $y$  は長期的に必ず  $y^*$  と同じ方向へ、 $y^*$  を追うような形で進むだろう。今までは  $y^*$  の動きを  $\dot{y}/y < \rho$  として考えたが、 $\tau_{KL}, \tau_{LN}, \tau_{NK}$  がすべて1より大で、かつ  $\tau_{KL} \leq \tau_{NK}$  の場合、 $\dot{y}/y \geq \rho$  で仮に  $y^*$  が減少しても、 $y$  の  $y^*$  への接近とともに  $\dot{y}/y$  は低下し、 $\dot{y}^*/y^*$  は必ず正となる。

$\tau_{KL}, \tau_{LN}, \tau_{NK}$  がすべて1より小さい場合については、同様の手続きにより  $\tau_{NK} \leq \tau_{KL}$  が  $\dot{y}^*/y^*$  が長期的に負となるための十分条件であることが知られる。そしてそれが満たされれば長期的に  $y^*$  は、また  $y$  も同様に、 $(\nu + \rho)/s$  の値に向かってつねに下り続けるようになるだろう。

## V 代替偏弾力性

この問題のいっそうの理解のため、最後にさきの  $\tau_{KL}, \tau_{LN}, \tau_{NK}$  と通常の代替偏弾力性（直接代替偏弾力性）との関係を考えよう。

資本ストックと労働の間の代替偏弾力性を、 $\sigma_{KL}$  で表わすと、それは次のように定義される、

$$\sigma_{KL} \equiv \frac{(dK/K) - (dL/L)}{(dF_L/F_L) - (dF_K/F_K)} \bigg|_{\substack{dY=0 \\ dN=0}} \quad (39)$$

$dY=0, dN=0$  を考慮すると、 $dL, dF_L, dF_K$  はすべて  $dK$  によって表わせる。それらを(39)に代入して<sup>2)</sup>、

$$\frac{1}{\sigma_{KL}} = \frac{KF_K + LF_L}{F_K F_L} F_{KL} + \frac{N}{KF_K + LF_L} \left\{ \frac{KF_K}{F_L} F_{LN} + \frac{LF_L}{F_K} F_{NK} \right\} \quad (40)$$

さきの定義より代入して、また  $\sigma_{LN}, \sigma_{NK}$  も同様に、

$$\frac{1}{\sigma_{KL}} = (\alpha + \beta) \frac{1}{\tau_{KL}} + \gamma \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \cdot \frac{1}{\tau_{LN}} + \gamma \frac{\beta}{\alpha + \beta} \cdot \frac{1}{\tau_{NK}} \quad (41)$$

$$\frac{1}{\sigma_{LN}} = \alpha \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{1}{\tau_{KL}} + (\beta + \gamma) \frac{1}{\tau_{LN}} + \alpha \frac{\beta}{\beta + \gamma} \cdot \frac{1}{\tau_{NK}} \quad (42)$$

$$\frac{1}{\sigma_{NK}} = \beta \frac{\gamma}{\gamma + \alpha} \cdot \frac{1}{\tau_{KL}} + \beta \frac{\alpha}{\gamma + \alpha} \cdot \frac{1}{\tau_{LN}} + (\gamma + \alpha) \frac{1}{\tau_{NK}} \quad (43)$$

ここで  $\frac{1}{\sigma_{KL}}, \frac{1}{\sigma_{LN}}, \frac{1}{\sigma_{NK}}$  はそれぞれ  $\frac{1}{\tau_{KL}}, \frac{1}{\tau_{LN}},$

$\frac{1}{\tau_{NK}}$  の加重平均として表わされており、したがって後者がすべて1より大なら、前者もすべて1より大、1より小なら1より小となる。しか

2) Meade, Appendix I, pp. 97-100を見よ。

し、これらを  $\frac{1}{\tau_{KL}}$ ,  $\frac{1}{\tau_{LN}}$ ,  $\frac{1}{\tau_{NK}}$  について解くと、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{KL}} &= (\alpha + \beta) \left(1 + \frac{\gamma}{2\alpha\beta}\right) \frac{1}{\sigma_{KL}} \\ &+ (\beta + \gamma) \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \frac{1}{\sigma_{LN}} \\ &+ (\gamma + \alpha) \left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right) \frac{1}{\sigma_{NK}} \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{LN}} &= (\alpha + \beta) \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \frac{1}{\sigma_{KL}} \\ &+ (\beta + \gamma) \left(1 + \frac{\alpha}{2\beta\gamma}\right) \frac{1}{\sigma_{LN}} \\ &+ (\gamma + \alpha) \left(1 - \frac{1}{2\gamma}\right) \frac{1}{\sigma_{NK}} \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{NK}} &= (\alpha + \beta) \left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right) \frac{1}{\sigma_{KL}} \\ &+ (\beta + \gamma) \left(1 - \frac{1}{2\gamma}\right) \frac{1}{\sigma_{LN}} \\ &+ (\gamma + \alpha) \left(1 + \frac{\beta}{2\gamma\alpha}\right) \frac{1}{\sigma_{NK}} \end{aligned} \quad (46)$$

であり、代替偏弾力性の値がすべて1より大であつても、それらと  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  の値の関係により、 $\tau_{KL}$ ,  $\tau_{LN}$ ,  $\tau_{NK}$  が1より大となるとは限らない。

$\sigma_{KL} = \sigma_{LN} = \sigma_{NK} = \sigma$  という特殊ケースを考えると、上式より  $\tau_{KL} = \tau_{LN} = \tau_{NK} = \sigma$  となる。そこで、この場合分配率の増加率および  $y^*$  の増加率は直接に代替偏弾力性を用いて表わされ、例えば、

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = \left\{ \beta(sy - \lambda) + \gamma(sy - \nu) \right\} \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \quad (47)$$

および(38)より、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{y}^*}{y^*} &= \frac{1}{(\beta + \gamma)(\beta\lambda + \gamma\nu + \rho)} \left[ \beta\gamma(\lambda - \nu)^2 \right. \\ &\quad \left. + \alpha\rho\left(\rho - \frac{\dot{y}}{y}\right) \right] \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (48)$$

となり、代替偏弾力性の値が1より大なら  $y^*$  は長期的には必ず増加するようになり、1より小なら減少するようになることは、前と同様にして理解される。

## VI 結 語

以上、ここでは要素所得分配率と要素価格の要素偏弾力性の比率の三つの値にもとづいて産出・資本比率の動きを分析したが、それが明瞭な形であらわれるのは、前者三つの値がすべて等しい場合、あるいは三つとも1より大、または小で示された十分条件が満たされる場合であり、それ以外のさまざまな値の組合せについての産出・資本比率の動きを見出すことは困難なようだ。しかもその限られた場合について得られた結果は、現実とかけ離れたようにみえる。しかし、この場合でも技術進歩を生産要素の限界生産物の増加にかたよりをもたらしうなものとして想定することによって、あるいは産出・資本比率の均衡値を得ることもできるかもしれない。しかしそのような形で、あえて均衡値を求めるよりは、三要素モデルについては初めからコブ=ダグラス型の生産関数を想定するか、それでなければ、ここで得られたような結果を現実に対する示唆として、そのまま受け取ることが好ましいように思われる。

## 参考文献

Meade, J.E.; *A Neo-Classical Theory of Economic Growth*, 2nd ed., Unwin, 1962.